

**Spelregels:**

- **Deadline: ZONDAG 15 OKTOBER 2017!**
- **U mag alleen werken of in tweetallen.**
- **Antwoorden naar werkcollegedocent, per email of in postvakje.**
- **Zet namen en studentnummers duidelijk bovenaan het document.**

1. Download weer het tekstbestand

<http://www.epsilon-uitgaven.nl/bijlagen/E76/E76-tweelingdata.txt>.

en maak in R weer vectoren `man` en `vrouw` die, respectievelijk, de lengtes van de mannen en de vrouwen bevatten.

We postuleren dat de geobserveerde mannen- en vrouwenlengtes steekproeven vormen uit, respectievelijk, een  $N(\mu_m, \sigma_m^2)$ - en een  $N(\mu_v, \sigma_v^2)$ -verdeling.

Geef de standaardschattingen  $\hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2, \hat{\mu}_v$  en  $\hat{\sigma}_v^2$  voor de vier parameters.

2. Voor de mannen, plot in één figuur een (genormaliseerd) histogram en de dichtheid van de  $N(\hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2)$ -verdeling. Maak de analoge plot voor de vrouwenlengtes. Hoe plausibel acht u de “fit” van het aangenomen normale model?
3. Laat  $X_1, \dots, X_n$  een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn met kansdichtheid  $p_\theta$  gegeven door

$$p_\theta(x) = \frac{2\theta}{9^\theta} x^{2\theta-1}, \quad x \in [0, 3],$$

waarbij  $\theta > 0$  een onbekende parameter is.

- (a) Bepaal de momentenschatting voor  $\theta$ .
- (b) Bepaal de maximum likelihood-schatting voor  $\theta$ .

**Z.O.Z.**

4. Laat  $X_1, \dots, X_n$  een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn, geometrisch verdeeld met parameter  $\theta \in (0, 1)$ . Dat wil zeggen dat

$$\mathbb{P}_\theta(X_i = k) = (1 - \theta)^{k-1}\theta, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

We gaan de parameter  $\theta$  Bayesiaans schatten en gebruiken daarvoor als a-priori verdeling een beta verdeling met vast gekozen parameters  $\alpha, \beta > 0$ . Deze heeft dichtheid

$$\pi(\theta) = \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}, \quad \theta \in (0, 1),$$

waarbij  $B(\alpha, \beta)$  een normeringsconstante is. De verwachting van deze verdeling is  $\alpha/(\alpha + \beta)$ .

- (a) Bepaal de a-posteriori verdeling.
  - (b) Bepaal de Bayes-schatter voor  $\theta$ .
5. Laat  $X_1, \dots, X_n$  onafhankelijk zijn en Poisson verdeeld met parameter  $\lambda > 0$ . Dus de dichtheid van  $X_i$  wordt gegeven door

$$\mathbb{P}_\lambda(X_i = k) = \frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

- (a) Bepaal de maximum likelihood-schatter (MLS) voor  $\lambda$ .
- (b) Laat zien dat de MLS een UMVZ-schatter voor  $\lambda$  is.