

Spelregels:

- **Deadline: WOENSDAG 19 OKTOBER 2016!**
- **U mag alleen werken of in tweetallen.**
- **Antwoorden naar werkcollegedocent, per email of in postvakje.**
- **Zet namen en studentnummers duidelijk bovenaan het document.**

1. Download weer het tekstbestand

<http://www.epsilon-uitgaven.nl/bijlagen/E76/E76-tweelingdata.txt>.

en maak in R weer vectoren `man` en `vrouw` die, respectievelijk, de getallen in de tweede en in de derde kolom bevatten.

We postuleren dat de geobserveerde mannen- en vrouwenlengtes steekproeven vormen uit, respectievelijk, een $N(\mu_m, \sigma_m^2)$ - en een $N(\mu_v, \sigma_v^2)$ -verdeling.

Geef de standaardschattingen $\hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2, \hat{\mu}_v$ en $\hat{\sigma}_v^2$ voor de vier parameters.

2. Voor de mannen, plot in één figuur een (genormaliseerd) histogram en de dichtheid van de $N(\hat{\mu}_m, \hat{\sigma}_m^2)$ -verdeling. Maak de analoge plot voor de vrouwenlengtes. Hoe plausibel acht u de “fit” van het aangenomen normale model?
3. Laat X_1, \dots, X_n een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn met kansdichtheid p_θ gegeven door

$$p_\theta(x) = \frac{2\theta}{9^\theta} x^{2\theta-1}, \quad x \in [0, 3],$$

waarbij $\theta > 0$ een onbekende parameter is.

- (a) Bepaal de momentenschatter voor θ .
- (b) Bepaal de meest aannemelijke schatter (maximum likelihood estimator) voor θ .

Z.O.Z.

4. Laat X_1, \dots, X_n een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn, geometrisch verdeeld met parameter $\theta \in (0, 1)$. Dat wil zeggen dat

$$\mathbb{P}_\theta(X_i = k) = (1 - \theta)^{k-1}\theta, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

We gaan de parameter θ Bayesiaans schatten en gebruiken daarvoor als a-priori verdeling een beta verdeling met vast gekozen parameters $\alpha, \beta > 0$. Deze heeft dichtheid

$$\pi(\theta) = \frac{\theta^{\alpha-1}(1-\theta)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta)}, \quad \theta \in (0, 1),$$

waarbij $B(\alpha, \beta)$ een normeringsconstante is. De verwachting van deze verdeling is $\alpha/(\alpha + \beta)$.

- (a) Bepaal de a-posteriori verdeling.
- (b) Bepaal de Bayes-schatter voor θ .

5. Laat X_1, \dots, X_n een rij onafhankelijke stochastische variabelen zijn met dichtheid

$$p_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2}, \quad x > \theta,$$

met $\theta > 0$ een onbekende parameter.

- (a) Bepaal een voldoende en volledige statistiek voor θ .
- (b) Bepaal een UMVZ-schatter voor θ .